

基于变分模型的动态最优潮流新算法

孙英云¹, 何光宇¹, 梅生伟¹, 王伟², 张王俊²

(1 清华大学电机系电力系统国家重点实验室 北京 100084;

2 上海电力公司调度通信中心 上海 200122)

摘要: 为解决传统动态最优潮流算法中计算速度和计算精度之间的矛盾, 本文建立了电力系统动态最优潮流的变分模型, 推导了该变分模型的最优性条件, 在此基础上提出了一种基于 Radau 配置法的动态最优潮流求解新算法。该算法具有计算量小, 计算精度高等特点。对我国某实际系统的算例分析结果表明了算法的可行性, 能够满足在线运行的需求。

关键词: 动态最优潮流; 变分模型; 最优性条件; 配置法

中图分类号:

1 引言

动态最优潮流是指考虑了各断面之间相互影响的最优潮流^[1]。与静态最优潮流相比, 动态最优潮流充分考虑了电力系统的动态特征, 从而能有效处理与时间相关的约束, 并能保证系统在一段时间内均为最优化运行。

由于以上原因, 动态最优潮流的研究得到了电力科技工作者的广泛关注。文[2]用非线性内点法对动态最优潮流问题进行求解, 文[3,4]采用前瞻约束技术, 对机组调节速率等时间相关约束进行解耦处理, 建立了动态最优潮流问题的静态模型并提出了相应的求解方法。

为了解决动态最优潮流计算量较大, 不利于实际应用的问题, 也有研究者采用仅对有功进行动态调度的方法来减少计算量。文[5,6]提出了利用偶对协调法进行有功动态调度的方法, 文[7]将网络流和内点法结合进行有功动态优化调度, 但该类方法的缺陷在于在计算中仅考虑了有功约束, 对系统的无功、电压约束则未予考虑。同时, 以上工作作为代表的现有研究方法在优化模型中均采用静态优化目标函数, 即该类目标函数仅设置为时间相关约束条件下的多个断面上静态最优解之和。这种作法的一个明显不足是难于在断面时间间隔较大的情况下实现

运行轨迹最优的目的。为此, 本文建立了可用于求解未来一段时期内动态最优潮流的变分模型, 推导了该变分模型的最优性条件, 并在此基础上给出了基于 Radau 配置法的动态最优潮流求解新算法。所提算法具有计算量小, 计算精度高等特点, 非常适合于实际系统在线应用。

2 变分模型及其最优性条件

2.1 变分模型

考虑到电力系统的经济运行的需求, 本文将动态最优潮流的目标函数设为一段时间内发电费用最小, 即

$$\min \int_{t_0}^{t_f} \sum_{i \in S_G} f(P_{G_i}(t)) dt \quad (1)$$

式中 $P_{G_i}(t)$ 为发电机节点 i 的有功出力, S_G 为所有发电机集合, $f(P_{G_i}(t))$ 为发电机 i 运行费用函数。为使得系统的总运行费用最小, 需确定 $P_{G_i}(t)$ 应采用何种函数形式, 此即数学上所谓的变分问题^[8], 该问题的约束条件如下:

(1) 潮流方程

$$\begin{cases} P_{G_i}(t) - P_{D_i}(t) - \sum_{j=1}^n V_i(t)V_j(t)|Y_{ij}|\cos(\theta_i(t) - \theta_j(t) - \delta_{ij}) = 0 \\ Q_{G_i}(t) - Q_{D_i}(t) - \sum_{j=1}^n V_i(t)V_j(t)|Y_{ij}|\sin(\theta_i(t) - \theta_j(t) - \delta_{ij}) = 0 \end{cases} \quad (2)$$

(2) 运行约束

$$\begin{cases} \underline{V}_i \leq V_i(t) \leq \bar{V}_i & i \in S_N \\ \underline{P}_{G_i} \leq P_{G_i}(t) \leq \bar{P}_{G_i} & i \in S_G \\ \underline{Q}_{R_i} \leq Q_{R_i}(t) \leq \bar{Q}_{R_i} & i \in S_R \\ \underline{P}_{ij} \leq P_{ij}(t) \leq \bar{P}_{ij} & i, j \in S_L \\ \underline{I}_{ij} \leq I_{ij}(t) \leq \bar{I}_{ij} & i, j \in S_L \end{cases} \quad (3)$$

$$\begin{cases} dP_{\min}^i \leq \frac{dP_{G_i}}{dt} \leq dP_{\max}^i \\ dQ_{\min}^i \leq \frac{dQ_{R_i}}{dt} \leq dQ_{\max}^i \end{cases} \quad (4)$$

式中 $P_{D_i}(t)$ 和 $Q_{D_i}(t)$ 分别为负荷节点 i 在时间段 $[t_0, t_f]$ 内的有功和无功负荷, $V_i(t)$ 为节点 i 的电压幅值, \underline{V}_i 和 \bar{V}_i 分别为节点 i 的电压幅值上下限; $P_{G_i}(t)$ 为发电机节点 i 的有功出力, \underline{P}_{G_i} 和 \bar{P}_{G_i} 分别为发电机节点 i 的有功出力上下限; $Q_{R_i}(t)$ 为无功源节点 i 的无功出力, \underline{Q}_{R_i} 和 \bar{Q}_{R_i} 分别是无功源节点 i 的无功出力上下限; $P_{ij}(t)$ 和 $I_{ij}(t)$ 分别是线路 $i-j$ 上的有功潮流和电流, \underline{P}_{ij} 、 \bar{P}_{ij} 、 \underline{I}_{ij} 和 \bar{I}_{ij} 分别是线路 $i-j$ 上的有功潮流和电流上下限。 S_N 、 S_G 、 S_R 和 S_L 分别为母线节点、有功源、无功源和线路的集合。

式 (1) ~ (4) 即组成了动态最优潮流问题的模型, 由于式 (1) 是关于 $P_{G_i}(t)$ 的泛函, 故将这一模型称为动态最优潮流问题的变分模型(以下简称 DOPFM—Dynamic Optimal Power Flow Model)。需要指出的是, 式 (4) 代表发电机有功和无功的调整速率限制, 即所谓的动态约束。如果没有这一耦合约束, 原问题可以转变为多个静态最优潮流问题; 而加上这一约束, 则使得问题求解的复杂性大大增加。

2.2 最优性条件

对一般的仅含等式约束的变分问题

$$\begin{aligned} \min \int_{t_0}^{t_f} F(t, x, \dot{x}) dt \\ \text{s.t. } g(t, x, \dot{x}) = 0 \end{aligned} \quad (7)$$

其最优条件为^[9]

$$\begin{aligned} \frac{\partial F}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F}{\partial \dot{x}} = 0 \\ g(t, x, \dot{x}) = 0 \end{aligned} \quad (8)$$

下面针对节 2.1 所提出动态最优潮流问题的变分模型, 推导其最优性条件。

首先将 DOPFM 写为如下的更一般形式:

$$\begin{aligned} \min \int_{t_0}^{t_f} F(x) dt \\ \text{s.t. } g(x, p) = 0 \\ h(x) \leq 0 \\ k(\dot{x}) \leq 0 \end{aligned} \quad (9)$$

式中, x 为节点相角、电压幅值以及发电机有功和无功出力等代数变量; $F(x)$ 为动态最优潮流的目标函数的瞬时值; p 为随时间变化的参数变量, 也就是节点负荷; $g(x, p)$ 为等式约束, 即潮流方程; $h(x)$ 为不等式约束中不含时间相关的部分, 如节点电压、发电机有功、无功出力约束等; $k(\dot{x})$ 为发电机调节速率的限制。

若对式 (9) 中不等式约束引入松弛变量 s_h 、 s_k , 则可得到下述仅含等式的优化问题

$$\begin{aligned} \min \int_{t_0}^{t_f} F(x) dt \\ \text{s.t. } g(x, p) = 0 \\ h(x) + s_h = 0 \\ k(\dot{x}) + s_k = 0 \end{aligned} \quad (10)$$

式中 $s_h \geq 0$ 、 $s_k \geq 0$ 。

对于上述优化问题的变分方程, 其增广泛函可写为

$$\begin{aligned} J'(x) = \int_{t_0}^{t_f} (F(x) + \lambda_g g(x, p) \\ + \lambda_h (h(x) + s_h) + \lambda_k (k(\dot{x}) + s_k)) dt \end{aligned} \quad (11)$$

其 Lagrange 函数为

$$F' = F(x) + \lambda_g g + \lambda_h (h + s_h) + \lambda_k (k + s_k)$$

根据 Euler 方程

$$\frac{\partial F'}{\partial x} - \frac{d}{dt} \frac{\partial F'}{\partial \dot{x}} = 0$$

并考虑到动态最优潮流问题中 $k(\dot{x})$ 为 \dot{x} 的一阶多项式函数, 因此有

$$\frac{d}{dt} \frac{\partial F'}{\partial \dot{x}} = 0$$

最终可得变分问题(10)的最优性条件为

$$\begin{aligned} \nabla_x F(x) + \lambda_g \nabla_x g(x, p) + \lambda_h \nabla_x h(x) \\ + \lambda_k \nabla_x k(\dot{x}) &= 0 \\ g(x, p) &= 0 \\ h(x) + s_h &= 0 \\ k(\dot{x}) + s_k &= 0 \end{aligned} \quad (12)$$

式中 $s_h \geq 0$ 、 $s_k \geq 0$ 、 $\lambda_g \geq 0$ 、 $\lambda_h \geq 0$ 、 $\lambda_k \geq 0$ 。此即为 DOPFM 的最优性条件。

3 基于最优性条件的求解算法

最优性条件(12)是一带有约束的微分代数方程组, 求解出此方程组, 即可得到 DOPFM 的最优解。

上述高阶微分代数方程组可通过离散化的方法进行数值求解。通常离散化的方法可分为两类, 一类是仅将控制变量离散化^[10], 另一类则是将控制变量、代数变量和参数变量充分离散化^[11], 也就是所谓的配置法。前者的主要优点在于形成的非线性代数方程组问题规模相对较小, 但对于代数变量的约束处理较为困难, 同时在计算过程中需要进行大量的伴随矩阵的计算, 计算量也较大。而由于后者将代数变量也充分离散化, 因此对于代数变量的不等式约束处理起来非常简便。考虑到动态最优潮流问题中运行约束较多, 同时离散化后所形成的 Jacobian 矩阵稀疏度非常高, 因此本文采用了配置法求解该微分代数方程组。

配置法是一类隐龙格-库塔算法^[12], 其主要思想是将积分区间 t_0 到 t_f 划分为 N 个相对较小的时间区段, 在每一个时间区段中选取 K 个配置点对控制变量、代数变量和参数变量进行充分离散化(如图 1 所示), 从而达到微分代数方程离散化求解的目的。在

配置法中, 配置点的选取对于算法的精度和计算速度有着很大的影响。一般说来, K 阶等间距配置法的计算精度为 $K-1$ 阶, K 阶高斯配置点则可达到 $2K-1$ 阶计算精度。在本文中, 采用了 Radau 配置点选取方案^[11]: 即在 K 阶配置点中, 令 $\tau_K = 1$, 其余 $K-1$ 个配置点的选取均遵守正交性原则。与等间距配置法相比, 上述 K 阶配置法可达到 $2K-2$ 阶多项式精度, 虽然精度比高斯配置法少一阶, 但将时间区段的终点设为配置点保证了动态最优潮流运算时段完成后可得到一个比较好的稳定运行点。尤为重要的是, Radau 配置法具有良好的数值稳定性^[13]。这样在实际计算时, 可通过选取相对较长的时间区段的方法减少 N 的个数, 从而进一步降低了所求解问题的空间复杂度。

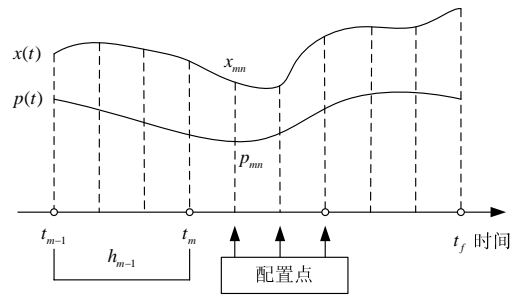


图 1 配置法离散化示意图

Fig1 Collocation On Finite Element

本文致力于将配置法应用于 DOPFM 的求解当中, 即采用 Radau 配置法将控制变量、代数变量和参数变量充分离散化, 建立 DOPFM 的离散化模型, 然后提出求解该模型的算法。

3.1 基于 Radau 配置点的 DOPFM 的离散化方法

将代数变量和参数变量在 Radau 配置点上进行离散化, 如下式所示

$$\left. \begin{aligned} t &= t_{m-1} + h_m \tau \\ x(t) &= \sum_{n=1}^K \omega_n \ell_n(\tau) x_{mn} \\ p(t) &= \sum_{n=1}^K \omega_n \ell_n(\tau) p_{mn} \end{aligned} \right\} t \in [t_{m-1}, t_m], \quad \tau \in [0, 1] \quad (13)$$

式中 m 代表离散化时的第 m 个时间区段, n 代表该时间区段的第 n 个配置点, h_m 为第 m 个区间的时间长度, x_{mn} 和 p_{mn} 分别

为代数变量和参数变量在第 m 个时间区段的第 n 个配置点时刻的值, ω_n 为相对于第 n 个配置点的积分权重^[11], $\ell_n(\tau)$ 为拉格朗日多项式, 其表达式如下所示

$$\ell_n(\tau) = \prod_{k=1, k \neq n}^K \frac{(\tau - \tau_k)}{(\tau_n - \tau_k)}$$

相应地, x 的变化率可表示为

$$\dot{x}(t) = \sum_{n=1}^K \omega_n \dot{\ell}_n(\tau) x_{mn} \quad (14)$$

$$\text{式中 } \dot{\ell}_n(\tau) = \sum_{k=1, k \neq n}^K \omega_n \frac{1}{\tau_n - \tau_k}$$

将式 (13)、(14) 带入式 (12), 可得到离散化后 DOPFM 的最优性条件为

$$\begin{aligned} \nabla_x F(x_{mn}) + \lambda_{mn}^g \nabla_x g(x_{mn}, p_{mn}) + \lambda_{mn}^h \nabla_x h(x_{mn}) \\ + \lambda_{mn}^k \nabla_x k(\sum_{n=1}^K \omega_n \dot{\ell}_n(\tau) x_{mn}) = 0 \quad (15) \\ g(x_{mn}, p_{mn}) = 0 \\ h(x_{mn}) + s_{mn}^h = 0 \\ k(\sum_{n=1}^K \omega_n \dot{\ell}_n(\tau) x_{mn}) + s_{mn}^k = 0 \end{aligned}$$

式中 $s_{mn}^h > 0$ 、 $s_{mn}^k > 0$ 、 $\lambda_{mn}^g > 0$ 、 $\lambda_{mn}^h > 0$ 、 $\lambda_{mn}^k > 0$ 。

至此可以看出, 求解离散方程 (15) 即可求得动态最优潮流的最优解。

综上所述, 本节将 t_0 到 t_f 时间段分为 N 个时间区段, 每个时间区段包括 K 个配置点, 则离散化后的问题空间复杂度大致相当于 $N \times K$ 个静态最优潮流的空间复杂度。

3.2 算法步骤

上一节通过 DOPFM 的离散化, 将 DOPFM 的求解问题转化为一类具有约束的高阶非线性代数方程组的求解, 以下基于迭代方法, 给出求解该非线性方程组的算法具体步骤。

步骤 1 初始化:

1.1 输入电网结构参数、运行约束、发电机组信息等;

1.2 将 t_0 时刻状态作为当前断面, 对离散化后的非线性方程组进行初始化;

1.3 计算各节点有功、无功负荷量在各配置点的值;

步骤 2 给定迭代收敛条件:

取 $\varepsilon_{tol} = 1e-6$, 最大迭代次数 $k_{max} = 50$;

步骤 3 迭代计算:

3.1 设定迭代次数为 $k = 1$;

3.2 判断迭代收敛条件, 式 (15) 是否满足, 若满足则输出计算结果, 否则进行 3.3;

3.3 利用牛顿法计算迭代方向和步长, 其中步长需保证松弛变量为正; 根据所得迭代方向和步长对变量进行修正;

3.4 $k = k + 1$, 返回 3.2;

4 算例分析

为验证本文算法, 对上海电网数据的某日负荷进行了试算。算例共有 216 个母线, 737 条线路, 发电机数目为 52 个。

针对一天内负荷变化情况, 本文选取两个比较有代表性的时间段进行优化计算, 如图 2 所示。其中时段 1 为 8:00~8:30, 为负荷爬坡期; 时段 2 为 14:00~14:30, 负荷相对平稳, 但变化比较剧烈。

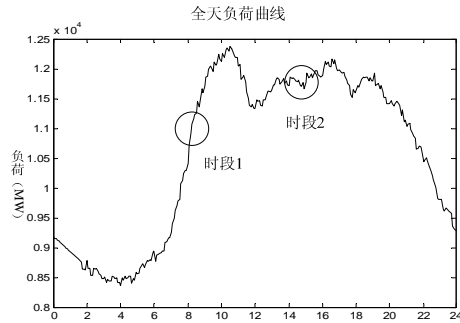


图 2 上海电网负荷曲线图
Fig2 Load Curve of Shanghai Grid

在实际电力系统中, 对于机组爬坡速率的限制一般为 1 分钟机组功率增长 (减少) 量为机组额定功率的 1%~2%, 在本文的仿真计算中取为 $\pm 1\%$ 。

由于计算时段相对较短 (30Min), 因此在计算过程中将时间区段个数 N 设为 1, Radau 配置法的阶数选为 3 阶。因此离散化后得到的非线性优化问题的空间复杂度大致为传统静态最优潮流问题空间复杂度 3 倍。

表 1 是本文算法和传统等间距动态最优潮流算法^[2]对以上两个时段的计算结果对

比。从表中可以看出,随着时间间距的减少,等间距动态最优潮流算法计算所需时间将有明显的增长,这主要是因为等间距动态最优潮流算法的问题规模和时间间距的大小紧密相关所致。此外,由于运算精度的限制,等间距动态最优潮流算法不能采用过大的时间间距来减少问题的规模。而本文算法中所采用的 Radau 配置法可在配置点较少的情况下达到更高的多项式精度,从而克服了求解问题规模和运算精度这一矛盾。

表 1 本文算法和等间距 DOPF 方法计算结果比较
Table1 Calculation Results of Proposed Method and Equal Timescale DOPF method

算法	计算时段	迭代次数	计算时间(s)	发电费用(元)
本文算法	时段 1	17	5.62	149778
	时段 2	15	4.83	164994
等间距动态最优潮流算法	时段 1 ¹	19	17.68	148618
	时段 2 ¹	16	14.82	164228
动态最优潮流算法	时段 1 ²	18	52.67	149510
	时段 2 ²	17	49.33	164557

¹表中数据为时间间距为 5Min 时计算结果

²表中数据为时间间距为 2Min 时计算结果

图 3 给出了本文算法和等间距动态最优潮流在断面间隔分别为 2Min 和 5Min 的优化结果对比,从图中可以看出,本文算法结果在时段 1 和时段 2 均和断面间隔为 2Min 的动态最优潮流优化结果即该时段的总发电费用更为接近。由于时间间隔小的时候积分计算精度较高,说明本文算法在计算量较小的前提下具有更高的计算精度。

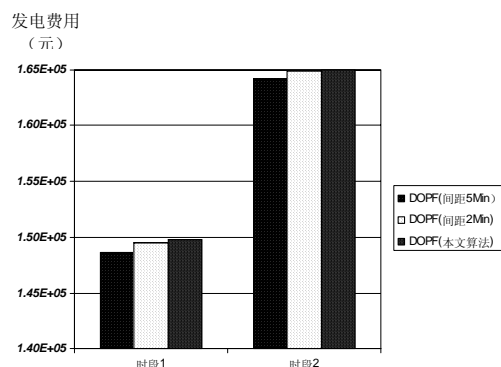


图 3 优化结果对比图

Fig3 Optimize Results Of Two TimeScales

5 结语

本文从电力系统动态最优潮流的实际

问题出发,建立了动态最优潮流的变分模型,并给出了最优性条件。进一步,文章基于 Radau 配置法对该最优性条件进行离散化,最终提出了一种求解动态最优潮流问题的新算法。

应用所提新算法对上海电网某日数据进行仿真研究表明,当计算时间区间为 30Min 且采用的时间区段 N 数目为 1 时所提算法仍可保证相当高的计算精度,这从工程应用的角度证明了新算法的有效性。但需要指出的是,当需计算更长时间区间上的动态最优潮流时,可能需要将其划分为更多的时间区段,即 N 的数目更大才能保证计算精度。因此如何能在保持计算精度的前提下尽量减少时间区段 N 的数目应是下一步研究工作的重点所在。

参考文献

- [1] 袁贵川, 王建全. 考虑了动态约束和稳定约束的最优潮流. 电力系统及其自动化学报, 2003. 3: 1-9.
Yuan Guichuan, Wang Jianquan. OPTIMAL POWER FLOW CONSIDERING DYNAMIC AND STABILITY CONSTRAINTS. Proceedings of The Csu-epsa, 2003. 3: 1-9.
- [2] Kai Xie, Y. H. Song. Optimal power flow with time-related constraints by a nonlinear interior point method. IEEE Power Engineering Society Winter Meeting, 2000. Seattle: IEEE.
- [3] 王永刚, 韩学山. 动态优化潮流. 中国电机工程学报, 1997. 17(3): 195-198.
Wang Yonggang, Han Xueshan. Dynamic Optimal Load Flow. CHINESE SOCIETY FOR ELECTRICAL ENGINEERING, 1997. 17(3): 195-198.
- [4] 韩学山, 柳焯. 考虑机组爬坡速度和网络安全约束的经济调度解耦算法. 电力系统自动化, 2002. 26(13): 32-37.
Han Xueshan, Liu Chao. DECOUPLED ECONOMIC DISPATCH INCLUDING UNIT RAMP RATE AND NETWORK SECURITY CONSTRAINTS. Automation of Electric Power Systems, 2002 26(13): 32-37
- [5] 初壮, 于继来. 初期电力市场确定电网日发电计划的模型与方法. 电力系统自动化, 2006. 30(22): 43-47.
CHU Zhuang, YU Jilai, Model and Method for Daily Dispatch Scheduling in Primary Power Markets. Automation of Electric Power Systems, 2006. 30(22): 43-47.
- [6] 朱涛, 于继来, 柳进等. 高峰运行模式下有功调度的偶对协调法. 电力系统自动化, 2006. 30(18): 21-26.
ZHU Tao, YU Jilai, LIU Jin etc, Symplectic Coordination Method Under Peak Load Dispathing. Automation of Electric Power Systems, 2006. 30(18): 21-26.
- [7] 赵建国, 韩学山, 程时杰. 网络流和内点法结合的有功动态优化调度. 电力系统自动化, 2003. 27(33): 22-26.
Zhao Jianguo, Han Xueshan, Cheng Shijie. OPTIMAL ACTIVE POWER DISPATCHING COMBINING

- NETWORK FLOW AND INTERIOR POINT METHODS.
Automation of Electric Power Systems, 2003 27(33):22-26
- [8] 卢强, 王仲鸿, 韩英铎. 输电系统最优控制. 北京: 科学出版社. 1983.
Lu Qiang, Wang Zhonghong, Han Yingduo. The Optimization Control of Transmission System. Beijing: Science Press 1983
- [9] Agrawal Sunil Kumar, Brian C Fabien. Optimization of dynamic systems, Dordrecht: Kluwer Academic Publishers. 1999.
- [10] 杨新林, 孙元章, 王海风. 考虑暂态稳定性约束的最优潮流. 电力系统自动化, 2003(14):13-17
Yang Xinlin, Sun Yuanzhang, Wang Haifeng. A NEW APPROACH FOR OPTIMAL POWER FLOW WITH TRANSIENT STABILITY CONSTRAINTS. Automation of Electric Power Systems, 2003(14):13-17
- [11] E.Hairer, G.Wanner, Solving Ordinary Differential Equations II Stiff and Differential-Algebraic Problems. Berlin: Springer. 1996.
- [12] Iserles Arieh, 微分方程数值分析基础教程. 北京: 清华大学出版社. 2005.
Iserles Arieh, A First Course in the Numerical Analysis of Differential Equations. Beijing: Tsinghua University Press. 2005
- [13] Biegler L. T. A Survey of Simultaneous Dynamic Optimization Strategies. 2006 [cited; Available from: <http://dynopt.cheme.cmu.edu/papers/preprint/paper4.pdf>.

A Novel Algorithm of Dynamic Optimal Power Flow Problem Via Variation Model

SUN Ying-yun¹, HE Guang-yu¹, MEI Sheng-wei¹, WANG Wei² ZHANG Wang-jun²

(1. Tsinghua University, Beijing 100084, China)

(2. Shanghai Electric Power Dispatch Center, Shanghai, 200122, China)

ABSTRACT: To solve the conflict of calculation speed or precision in conventional dynamic optimal power flow algorithms, are key points of dynamic optimal power flow, The paper set up a variation model of dynamic optimal power flow, whose optimal condition is derived, furthermore, a novel algorithm of dynamic optimal power flow is forwarded which bases on Radau collocation method. The purposed method has some features such as efficiency and accuracy etc. efficiency and accuracy Numerical test in an actual system shows that the proposed method's feasibility and it can meets the requirement of online dispatch of the power system.

KeyWords: DOPF; Variation Model; Optimal Condition; Collocation Method